

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

(ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ МАТЕРИАЛ)

проф. В.Г.СОЛОДОВ

ПОЛЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГИДРОСТАТИКИ.

ИНТЕГРАЛ БЕРНУЛЛИ - ПРОСТЕЙШЕЕ УРАВНЕНИЕ ЭНЕРГИИ

ОПИСАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ГИДРАВЛИКИ

ГАЗОДИНАМИКА. ЗАКОН БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ГАЗОВ







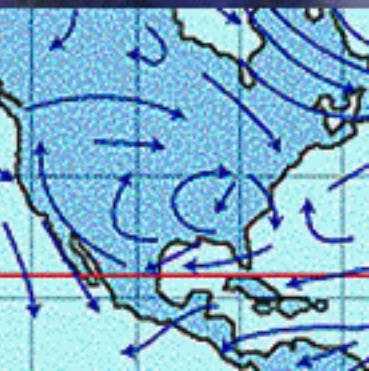
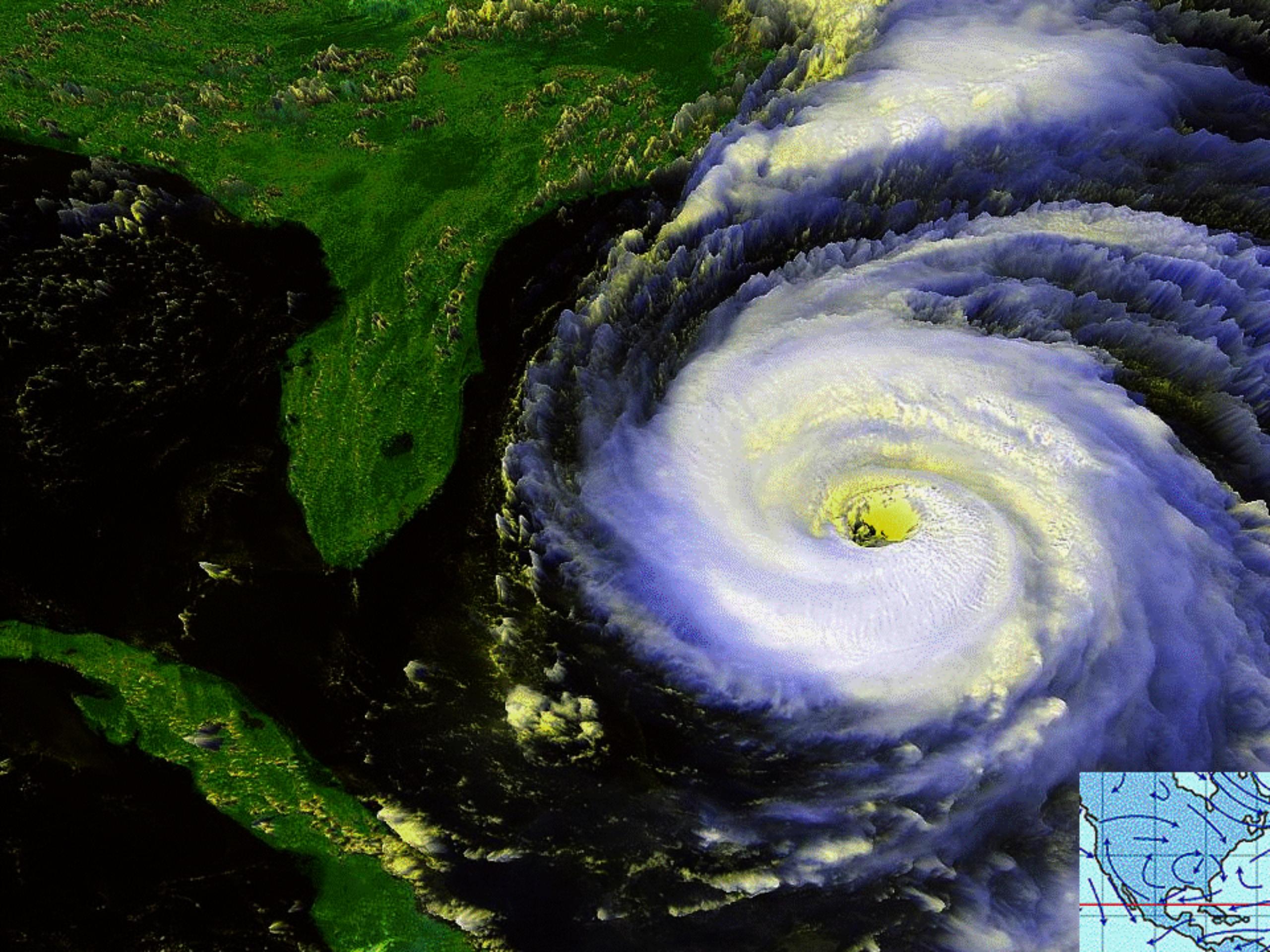
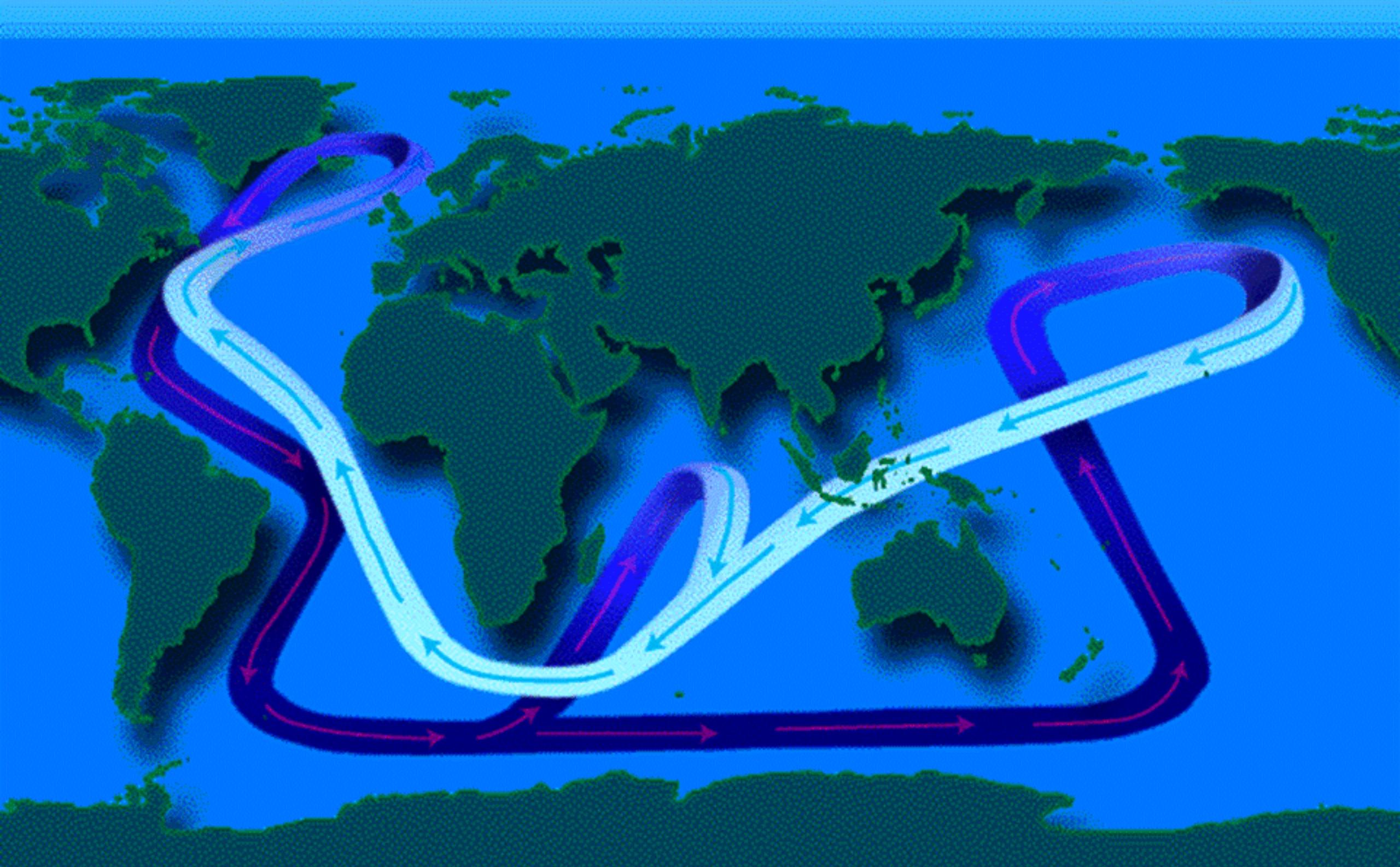


СХЕМА МОРСКОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ



ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

(ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ МАТЕРИАЛ)



В.Г.СОЛОДОВ

ДЕРЕВО МЕХАНІКИ



Опір
матеріалів

Технічна
механіка

Прикладна
механіка

Теорія
машин,
механізмів

Теоретична
механіка

Теорія
коливань

Теорія
пружності

Теорія
пластичності

Механіка суцільних середовищ

МЕХАНІКА

Науки
про атмосферу,
та гідросферу

метеорологія

кліматологія

реологія

акустика

Механіка
рідин,
газів,
плазми

Водопостачання
каналізація

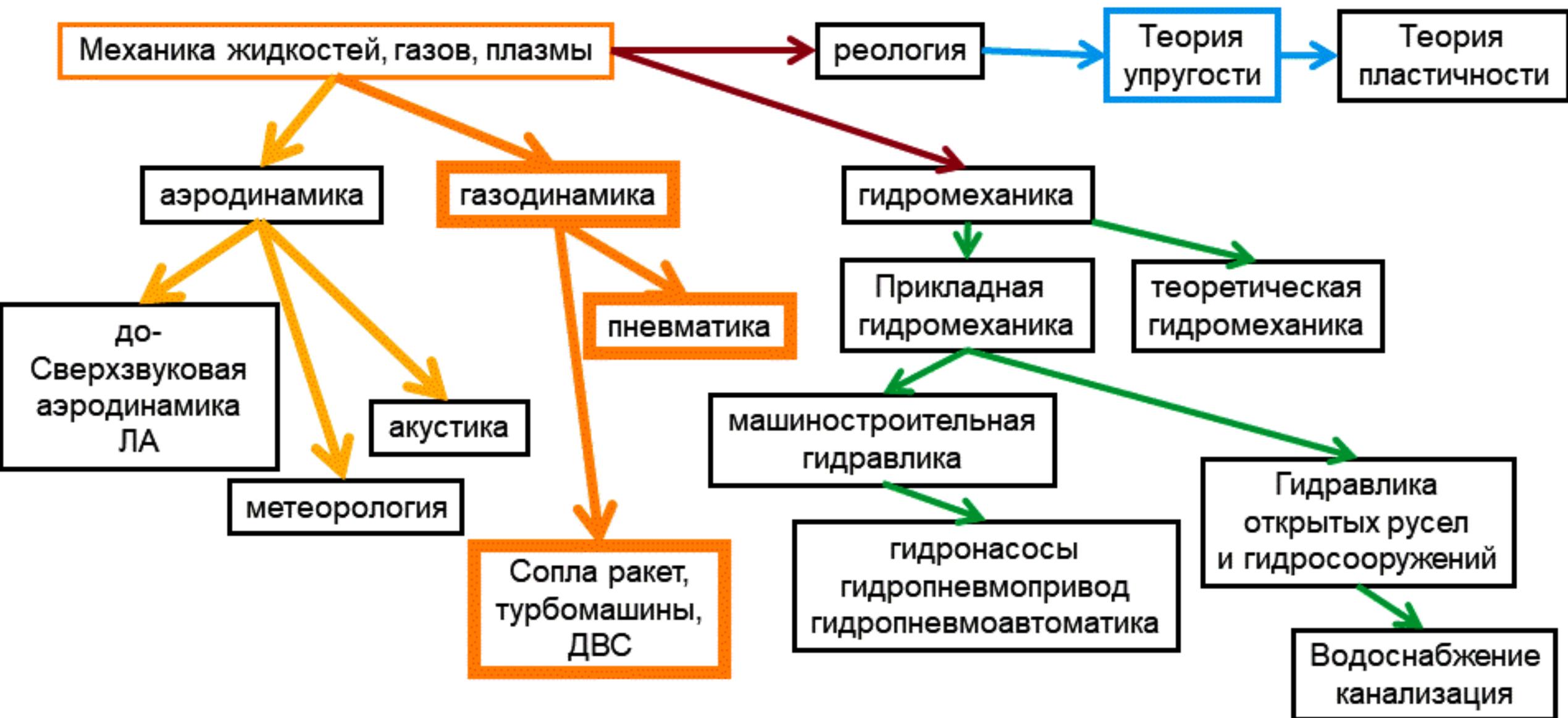
Гіdraulіка
відкритих русел
і гідроспоруд

Прикладна
гідромеханіка

теоретична
гідромеханіка

Механика сплошных сред (единая система диф. уравнений)

свойства сплошной среды, модели, область применения



**ВВЕДЕНИЕ В ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ
И
ТЕНЗОРНУЮ АЛГЕБРУ**

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Поля физических величин

$$\Psi(t, \vec{r}(t)) \equiv \Psi(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t))$$

- **скалярные**: температура $T(t,x,y,z)$, плотность $\rho(t,x,y,z)$, давление P .
- **векторные**: скорость $\vec{v}(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ поток, сила гравитации
- **тензорные**: напряжение $\hat{\tau}(t, x_1, x_2, x_3)$, деформация

Система координат

$$\{x_1, x_2, x_3\}$$

Компоненты вектора

$$\vec{a} (a_1, a_2, a_3)$$

Сложение векторов

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

Умножение векторов

$$\vec{a} \otimes \vec{b} = \{a_i b_j\}, i, j = 1, 2, 3$$

1) Внешнее произведение
тензор-диада

$$\hat{c} = \vec{a} \otimes \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_3 \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & a_2 b_3 \\ a_3 b_1 & a_3 b_2 & a_3 b_3 \end{pmatrix}$$

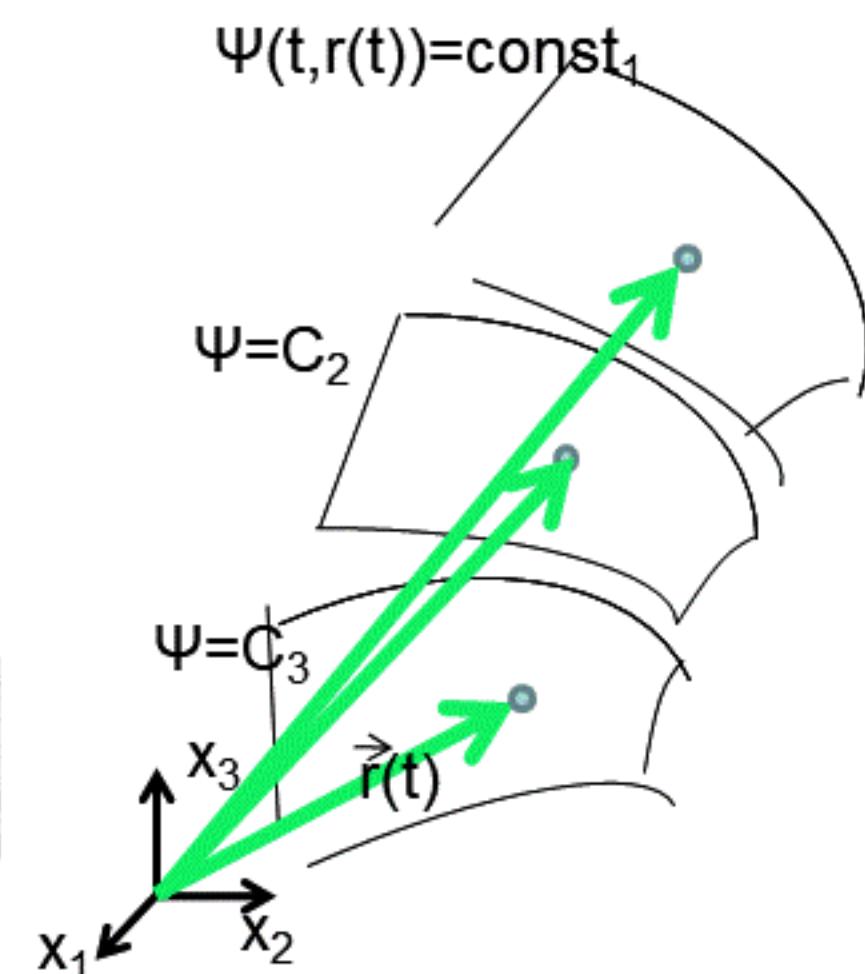
2) Скалярное произведение - *свертка*

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{i=1}^3 \{a_i b_i\} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

3) векторное произведение
псевдовектор

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow c_i \equiv \sum_{j=1} \sum_{k=1} \epsilon_{ijk} a_j b_k$$



$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

Векторное произведение (векторов)

первое определение

$$= \vec{i}_1(a_2b_3 - a_3b_2) + \vec{i}_2(a_3b_1 - a_1b_3) + \vec{i}_3(a_1b_2 - a_2b_1) = \vec{i}_1c_1 + \vec{i}_2c_2 + \vec{i}_3c_3$$

второе определение

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \equiv \vec{i}_i \sum_{j=1}^3 \left(\sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} a_j b_k \right) =$$

$$= \vec{i}_1(\varepsilon_{123}a_2b_3 + \varepsilon_{132}a_3b_2) + \vec{i}_2(\varepsilon_{231}a_3b_1 + \varepsilon_{213}a_1b_3) + \vec{i}_3(\varepsilon_{312}a_1b_2 + \varepsilon_{321}a_2b_1)$$

**Единичный тензор
или
Символ Кронекера**

$$\delta_{ij} = 0, \quad i \neq j$$

$$\delta_{ij} = 1, \quad i = j$$

Трехиндексный объект - тензор или символ Леви – Чивита

Определение:

$$\varepsilon_{ijk} = 1 \quad \text{Если индексы составляют четную перестановку – } 1,2,3; \ 3,1,2; \ 2,3,1$$

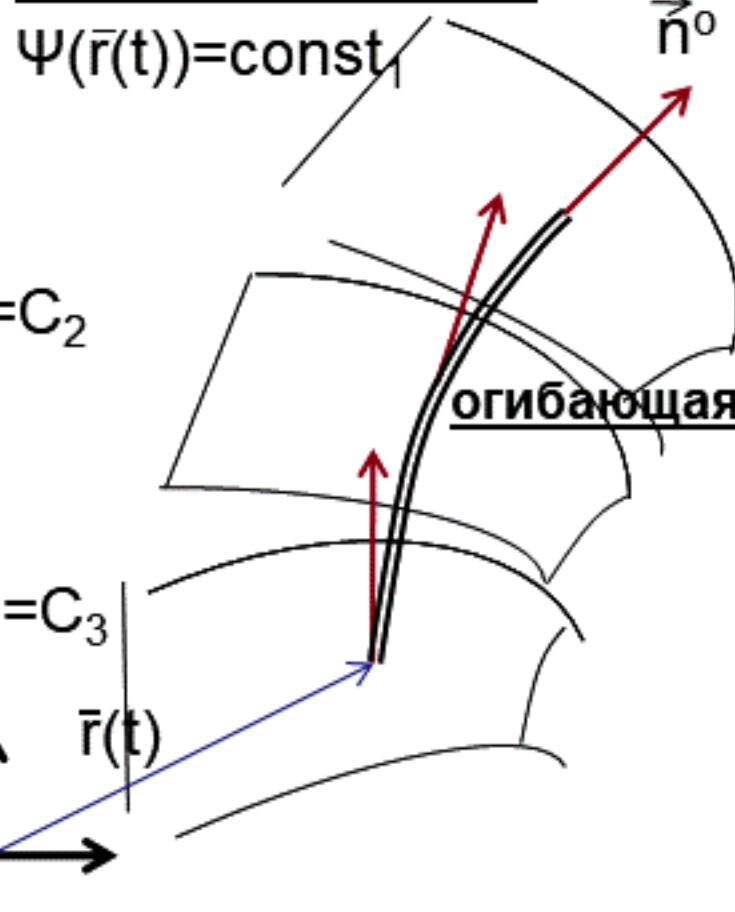
$$\varepsilon_{ijk} = -1 \quad \text{Если индексы составляют нечетную перестановку – } 1,3,2; \ 2,1,3; \ 3,2,1$$

$$\varepsilon_{ijk} = 0 \quad \text{Если любая пара индексов совпадает}$$

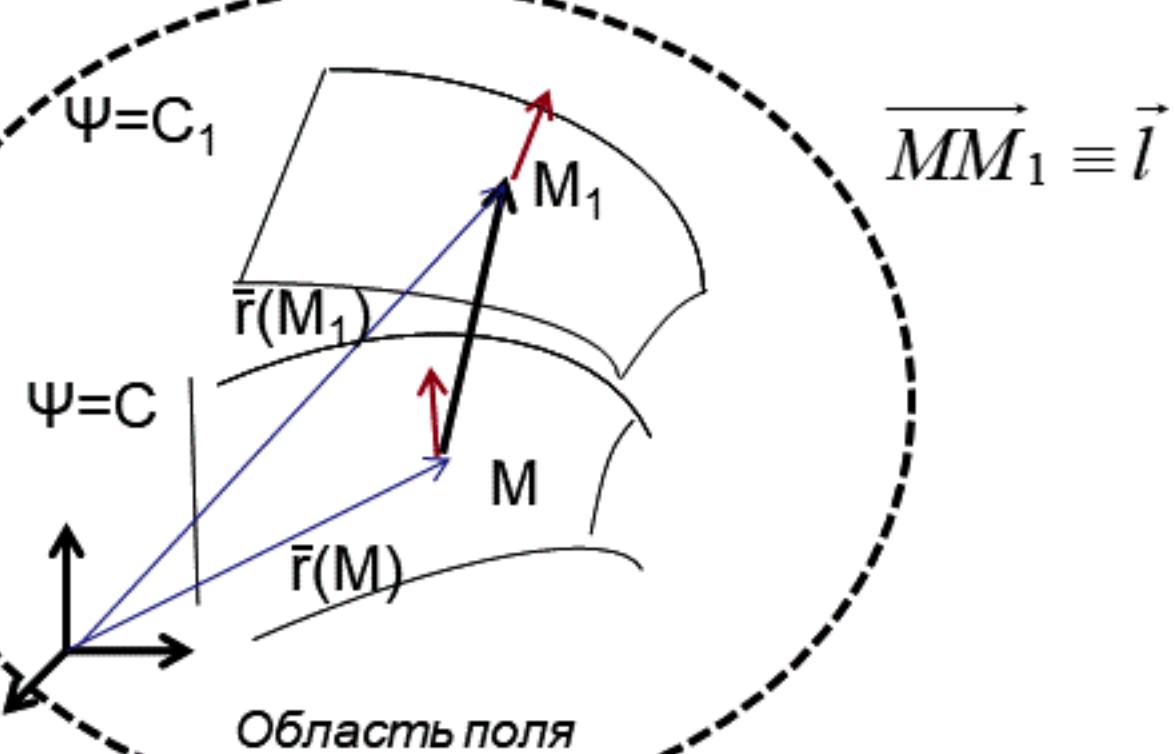
$$\delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Поле: $\Psi(\bar{r}(t))$

Поверхности уровня

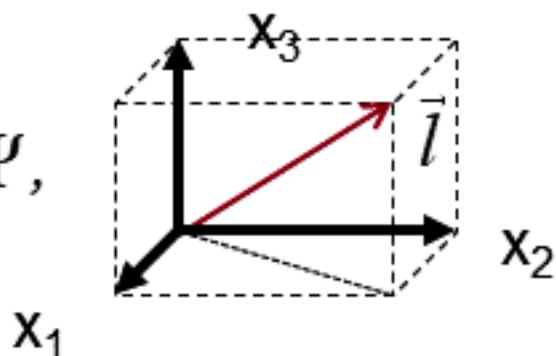


$$\frac{d\Psi}{d|\overrightarrow{MM_1}|} = \lim_{\overrightarrow{MM_1} \rightarrow 0} \frac{\Psi(M_1) - \Psi(M)}{|\overrightarrow{MM_1}|}$$



$$\frac{d\Psi}{dl} \Big|_{\vec{l}} = \frac{\partial \Psi}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dl} + \frac{\partial \Psi}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dl} + \frac{\partial \Psi}{\partial x_3} \frac{dx_3}{dl} = \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dl} = \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \cos(\hat{x}_i, \vec{l}), \quad i=1,\dots,3$$

$$\frac{d\Psi}{dl} \Big|_{\vec{l}} = \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \cos(\hat{x}_i, \vec{l}) = \text{grad} \Psi \cdot \vec{l}, \quad \text{grad} \Psi \equiv \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \right\} \equiv \nabla \Psi,$$



$\nabla \equiv \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \right\}$ – *оператор "набла" (набла – арфа)*

Поверхности уровня

$$\Psi(\bar{r}(t)) = \text{const}$$

$$\vec{n}^0$$

Векторное поле градиента (направлено по нормали)

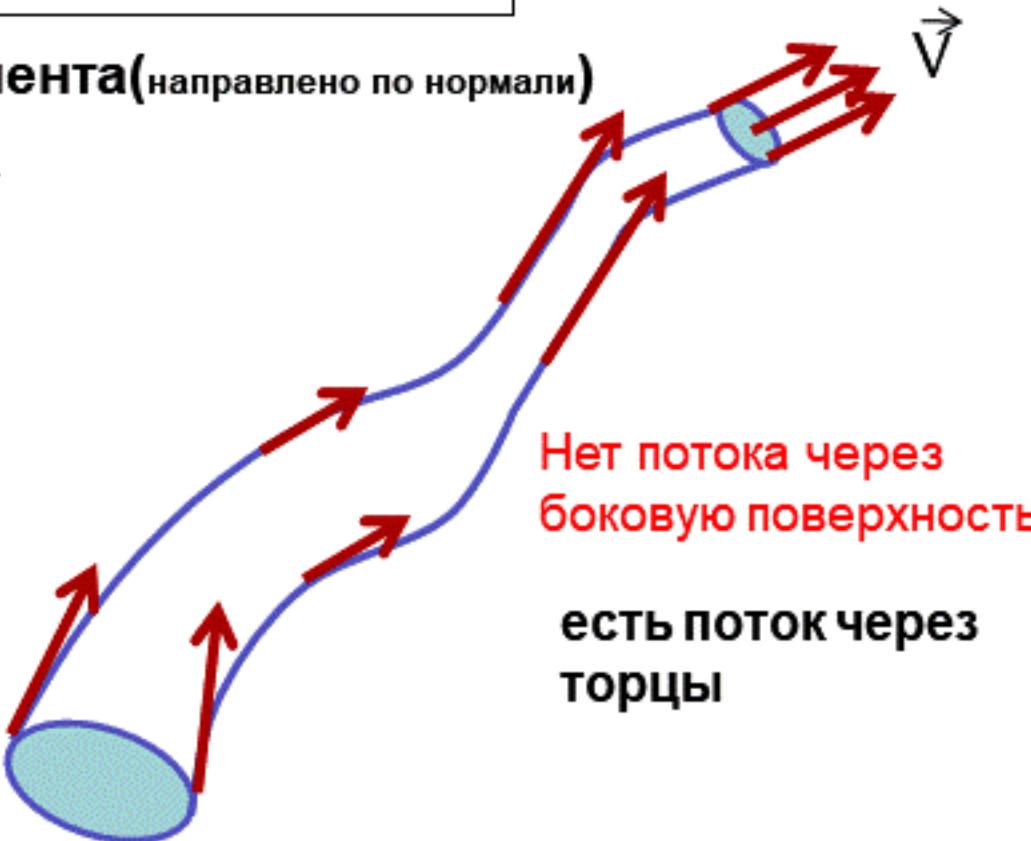
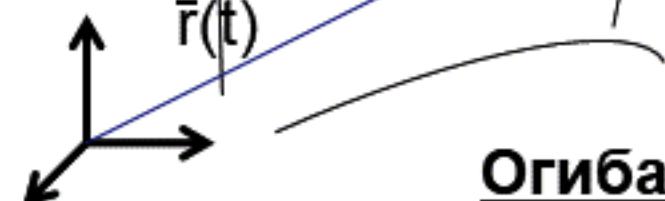
$$\vec{A} = \text{grad} \Psi$$

$$\Psi = C_2$$

$$n^0$$

$$\Psi = C_3$$

$$\bar{r}(t)$$



Огибающая – векторная линия поля

Векторная линия поля скорости – линия тока

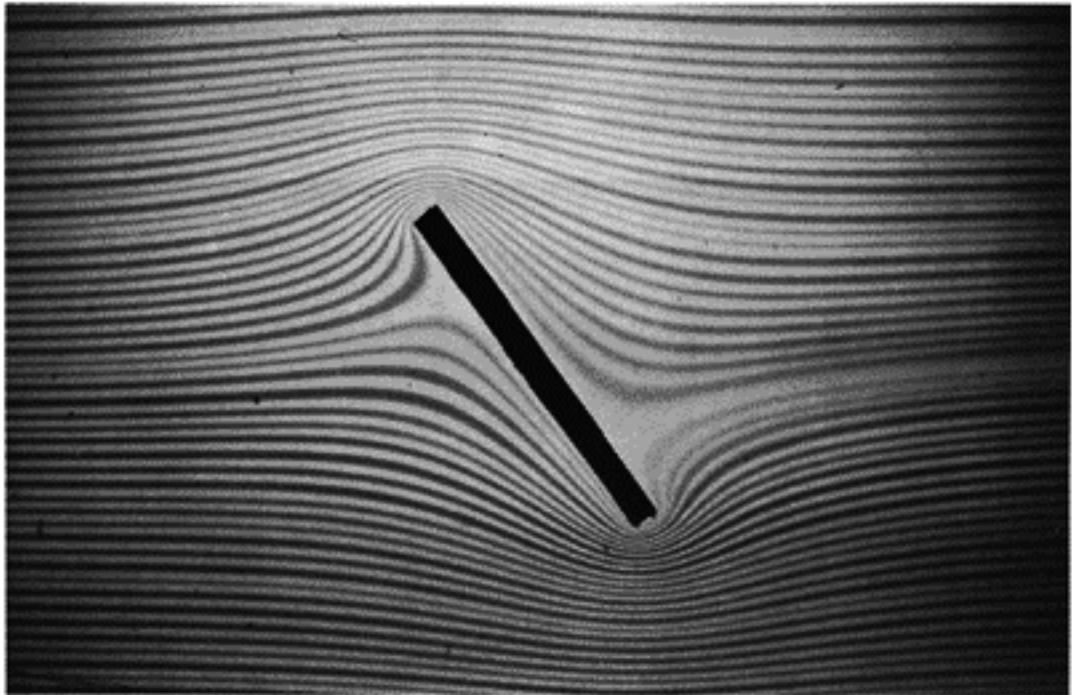
Пучок линий тока, выпущенных из кольца - трубка тока

Поток векторного поля - $\Delta \vec{J}_A = \vec{A} ds$

Поток поля скорости – объемный расход
массовый расход

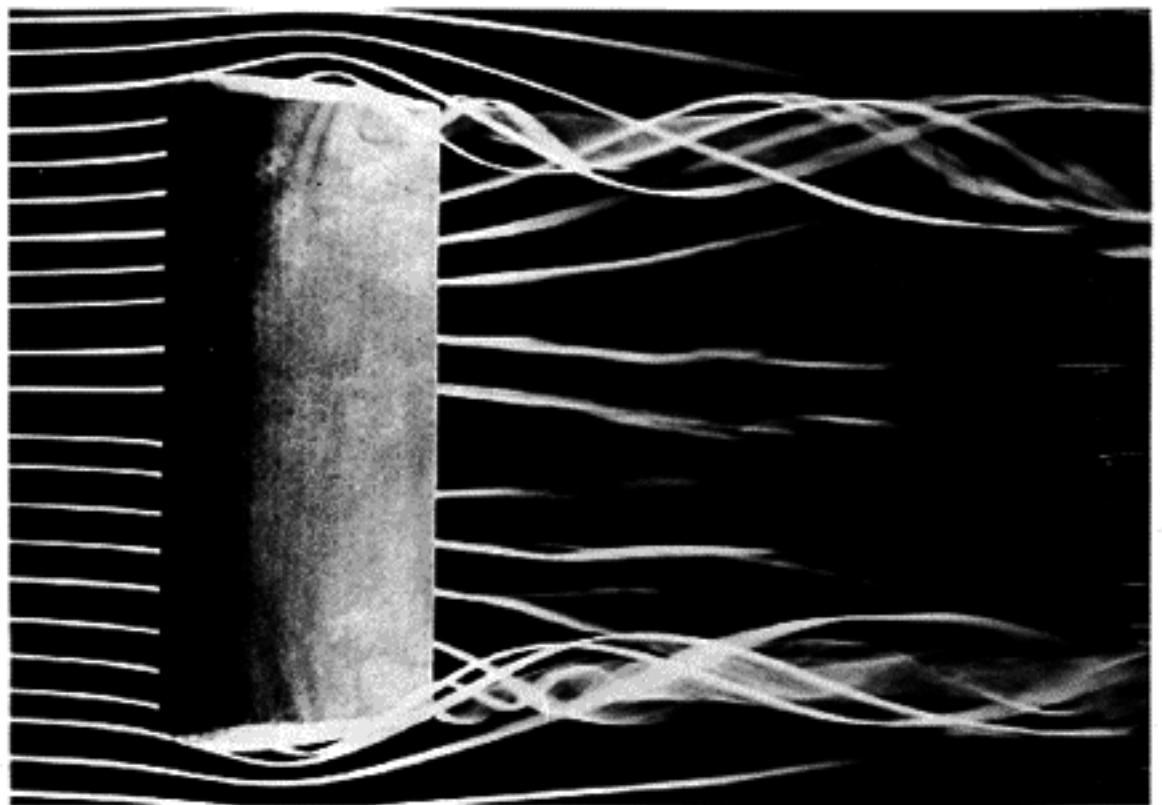
$$\Delta Q = |\vec{v} ds| \quad \text{м}^3/\text{сек}$$

$$\Delta G = |\rho \vec{v} ds| \quad \text{кг/сек}$$



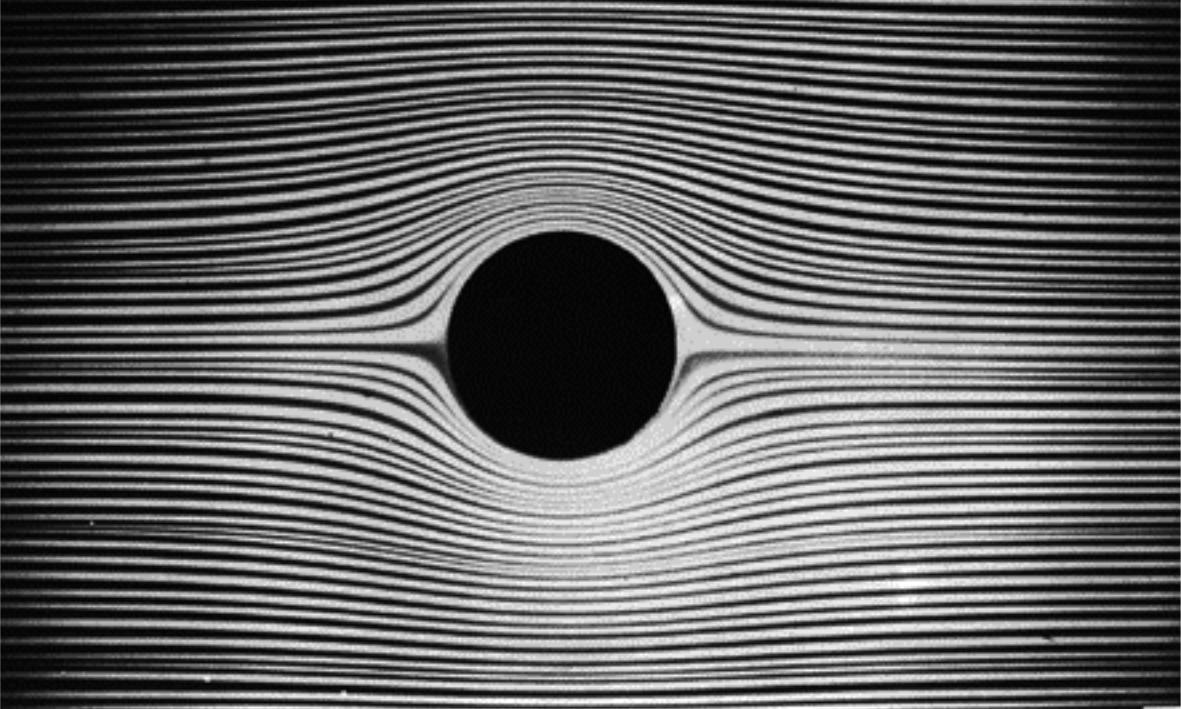
3. Обтекание наклонной пластиинки в лотке Хил-Шоу. Аналоговое устройство Хил-Шоу не может представить течение с циркуляцией. Поэтому здесь видны линии тока потенциального обтекания наклонной пластиинки при кулевої подъемной силе.

Краска течет в воде между стеклянными пластиинками, отстоящими на расстоянии 1 мм. Фото D. N. Peregrine



86. Концевые выхри, оббегающие с прямоугольного крыла. Благодаря применению подсоги при угле атаки в 24° по всей поверхности крыла поток остается присосированым в отличие от течения на предыдущем снимке. Поэтому центры выхревых

ядер сходятся с задней кромкой на концах крыла. Модель сплита из перфорированного металла, но крытого промокательной бумагой, и испытывалась в дымовой аэродинамической трубе при числе Рейнольдса 100 000. [Lead, 1982]



1. Обтекание круга в лотке Хил-Шоу. Полкраска позволяет увидеть линии тока в воде, текущей со скоростью 1 мм/с между двумя стеклянными пластиинками, отстоящими на расстояние одного миллиметра. На первый взгляд представляется парадоксальным, что наилучший способ получения безотрывной картины плоского потенциального

обтекания затупленного тела, которая была бы испорчена отрывом в реальной жидкости даже при самой малой вязкости, состоит в переходе к противоположному крайнему случаю ползущего течения в узком зазоре, для которого влияние сил вязкости является определяющим. Фото D. N. Peregrine

ЛИНИИ ТОКА